

Matthias Hild

Entscheidungstheorie*

1. *Definition*

1.1 Ähnliche Verwendungsweise in Ökonomie, Philosophie und Psychologie. Bezeichnet insbesondere einen klassischen Kanon von mathematisch formulierten Theorien. Bei normativer Interpretation spricht man auch von Rationalwahltheorie.

1.2 Entscheidungstheorie ist die Theorie der Entscheidungen eines einzelnen Individuums. Die Theorie der Interdependenz von individuellen Entscheidungen heißt Spieltheorie. Gemeinsame Entscheidungen einer Gruppe von Individuen sind Inhalt der Sozialwahltheorie.

2. *Problem- und Begriffsgeschichte*

2.1 *Typen von Entscheidungssituationen*

a) Entscheidung unter Sicherheit: Jede Handlung hat eine sichere, eindeutig bestimmte Konsequenz. b) Entscheidung unter Risiko: Man kann eine objektive Wahrscheinlichkeit p dafür angeben, daß eine Handlung zu einer von mehreren möglichen Konsequenzen führt. Sicherheit ergibt sich als Spezialfall mit $p = 1$. c) Entscheidung unter Unsicherheit: Es können keine objektiven Wahrscheinlichkeiten angegeben werden. Der Bayesianismus schlägt vor, in solchen Fällen subjektive/personale Wahrscheinlichkeitsurteile des Individuums als Entscheidungsgrundlage zu verwenden. d) Mischungen von Risiko und Unsicherheit: Es können keine präzisen Wahrscheinlichkeiten, sondern nur Wahrscheinlichkeitsintervalle angegeben werden.

2.2 *Klassische Entscheidungskriterien*

2.2.1 Seien objektive oder subjektive Wahrscheinlichkeiten gegeben. Maximierung der erwarteten Auszahlung: Wähle nur eine Handlung, die mindestens die gleiche erwartete Auszahlung erzielt wie die anderen verfügbaren Handlungen. Eine Auszahlung ist hier der Empfang einer quantifizierbaren Größe (z.B. Geldauszahlungen, Ernteerträge). Falls p_i die Wahrscheinlichkeit dafür ist, daß Handlung a zur Auszahlung m_i führt, so ist a 's Erwartungswert $E(a) = \sum_i p_i \cdot m_i$.

*Published in H.J. Sandkühler (ed.), *Enzyklopädie der Philosophie*, Hamburg: Felix Meiner Verlag, 1999.

- 2.2.2 Maximierung des erwarteten Nutzens (kurz: EU–Max): Wähle nur eine Handlung, die mindestens den gleichen erwarteten Nutzen erzielt wie alle anderen verfügbaren Handlungen. Konsequenzen müssen nicht aus einer direkt quantifizierbaren Größe bestehen. Die Bewertung einer Konsequenz c_i erfolgt durch die Zuordnung eines numerischen Nutzens $u(c_i)$. Sei p_i die Wahrscheinlichkeit, daß Handlung a zur Konsequenz c_i führt. Dann ist $U(a) = \sum_i p_i \cdot u(c_i)$ der Erwartungsnutzen von a . $u(\cdot)$ heißt eine Nutzenfunktion.
- 2.2.3 Maximin (besonders bei fehlende Wahrscheinlichkeiten): Maximiere den minimal möglichen Gewinn (Wald). Vgl. Luce/Raiffa (1957) zu den Modifikationen von Hurwicz, Savage u.a. Dem Kriterium wird häufig eine pessimistische Konzentration auf das schlechteste Ergebnis vorgeworfen, z.B. von Harsanyi in der Kontroverse mit Rawls über eine Anwendung in der politischen Theorie.

2.3 *Frühe Entwicklungen*

Die Entwicklung der Entscheidungstheorie ging einher mit der Entwicklung des Begriffes der Wahrscheinlichkeit (vgl. Hacking (1975)).

Pascals Wette enthält eine der frühesten Anwendungen von EU–Max. Diese Anwendung versteht religiöse Lebensführung als eine Entscheidung zu einer Handlungsweise, deren Konsequenz von der Existenz oder Nicht–Existenz Gottes abhängt. Bei geeigneten Annahmen über den Nutzen der möglichen Konsequenzen (z.B. $u(\text{Ewiges Leben im Paradies}) = +\infty$), schreibt EU–Max die Wahl religiösen Handelns vor.

Systematisch entwickelt wurde der Nutzenbegriff durch Daniel Bernoulli in seinem Lösungsvorschlag zum St. Petersburger Paradox. Dieses Paradox konstruiert ein monetäres Glücksspiel a , dessen erwartete Auszahlung $E(a)$ bei $+\infty$ liegt. Maximierte man die erwartete Auszahlung, so müßte man einen beliebig hohen oder gar unendlichen Betrag für die Teilnahme an diesem Glücksspiel zahlen, obwohl man höchstens einen endlichen Betrag gewinnen kann. Bernoulli verwendet EU–Max als Entscheidungskriterium und macht solche Annahmen über den Nutzen monetärer Auszahlungen, daß sich lediglich ein endlicher Erwartungsnutzen $U(a)$ ergibt. Heute ist die Annahme üblich, daß Nutzenfunktionen nach oben und nach unten beschränkt sind.

2.4 *Interpretationen des Nutzenbegriffes*

Materiale Interpretationen verstehen Nutzenfunktionen (und Wahrscheinlichkeiten) als kausale Determinanten von Entscheidungen (z.B. Jevons, Marshall, Pigou). In der einfachsten Version wird der Nutzen einer Konsequenz gleichgesetzt mit dem physischen Genuß, der aus dieser Konsequenz

entsteht. Aus allgemeinen, psychophysischen Gesetzen leitet man dann Eigenschaften von $u(\cdot)$ ab, z.B. Bernoullis Gesetz des Abnehmenden Grenznutzens (Konkavität von $u(\cdot)$). Angewandt auf den Nutzen monetärer Auszahlungen, besagt dieses Gesetz, daß der Nutzenzuwachs von 1 Taler zu 2 Talern den Nutzenzuwachs von 1000 Talern zu 1001 Talern übersteigt ($u(2) - u(1) > u(1001) - u(1000)$). Andere materiale Interpretationen, vor allem im Utilitarismus, identifizieren Nutzen nicht mit physischem Genuß allein, sondern mit einer umfassenderen Größe wie Glück(sgefühl) oder schließen gar ästhetische, superindividuelle Ideale ein (z.B. Bentham, Mill).

In formalen Interpretationen dienen Wahrscheinlichkeiten und Nutzenfunktionen nur der Beschreibung, nicht aber kausalen Erklärung von Entscheidungen. Diese Als-Ob Interpretation ist vor allem in der Ökonomie des 20. Jh. verbreitet. Eigenschaften von $u(\cdot)$ müssen sich demnach aus Eigenschaften von Präferenzen ergeben. Z.B. entspricht die Konkavität von $u(\cdot)$ risikoavermem Entscheidungsverhalten, d.h. der Disposition, eine sichere Auszahlung x vorzuziehen gegen über einer unsicheren Handlung a , welche die gleiche erwartete Auszahlung $E(a) = x$ hat.

Für formale Interpretationen gibt es verschiedene Motivationen. Erstens ist es zweifelhaft, daß EU-Max einen mentalen Prozeß kausal beschreibt oder daß Wahrscheinlichkeiten und Nutzen psychophysischen Strukturen entsprechen. Zweitens setzten formale Interpretationen keine unabhängigen, epistemischen Begriffe voraus, sondern versuchen zu zeigen, daß die Begriffe von Wahrscheinlichkeit und Nutzen sich allein aus (geeigneten) Präferenzen ergeben und daß ihre Funktion genau darin besteht, handlungsleitend zu sind (vgl. Savage). Drittens haben formale Interpretationen ihren Ursprung häufig in einer heute meist abgelehnten, positivistischen Methodologie, die nach der Operationalisierung von theoretischen Begriffen (wie z.B. des Nutzenbegriffes) verlangt.

2.5 *Ordinalität und Kardinalität*

Man spricht von einem ordinalen (oder qualitativen) Nutzenbegriff genau dann, wenn nur ein qualitativer Vergleich des Nutzens von Konsequenzen möglich ist, nicht aber ein Vergleich der Differenzen im Nutzen verschiedener Konsequenzen. Man spricht von einem kardinalen (oder quantitativen) Nutzenbegriff genau dann, wenn sich Nutzendifferenzen vergleichen lassen. Sowohl für formale als auch materiale Interpretationen stellt sich das Problem der Meßbarkeit (wenn nicht Operationalisierbarkeit) von Nutzenfunktionen. Für die Belange der Entscheidungstheorie kann jede Nutzenfunktion u ersetzt werden durch eine Nutzenfunktion u' , die zu denselben Entscheidungen führt. Pareto wies darauf hin, daß Entscheidungen unter Sicherheit erstens nur einen ordinalen Nutzenbegriff voraussetzen und zweitens nur die Messung eines ordinalen Nutzenbegriffes erlauben.

Hicks und Allan verlangten die Operationalisierbarkeit des Nutzenbegriffes

und schlossen, daß erstens nur ein ordinaler Nutzenbegriff bedeutungsvoll ist und daß zweitens ökonomische Analysen ausschließlich eines ordinalen Nutzenbegriffes bedürfen. Jedoch führen Modelle für Entscheidungen unter Risiko zu einem kardinalen Nutzenbegriff (s.u.).

3. *Forschungsstand*

3.1 *Grundmodell*

Der Forschungsschwerpunkt in der ersten Hälfte des 20. Jh. bestand in dem Bemühen, einen quantitativen (kardinalen) Nutzen- und Wahrscheinlichkeitsbegriff auf den qualitativen Begriff der Entscheidung oder Präferenz zu gründen (vgl. Meßtheorie). EU-Max wurde zum Grundmodell, das als Vergleichspunkt für weitere Entwicklungen dient.

De Finetti leistete grundlegende Arbeit zur qualitativen Basis des Wahrscheinlichkeitsbegriffes und zeigte, wie Wahrscheinlichkeiten aus einer bekannten Nutzenfunktion und Präferenzen abgeleitet werden können. Von Neumann/Morgenstern zeigten, wie eine kardinale Nutzenfunktion aus bereits bekannten Wahrscheinlichkeiten und Präferenzen abgeleitet werden kann. Ramsey und Savage leiten Wahrscheinlichkeiten und Nutzen simultan aus Präferenzen ab. Anscombe/Aumann kombinieren die Methoden von Savage und von Neumann/Morgenstern. Vgl. Kreps (1988) und Drèze (1974).

Die Theorie von Savage nimmt mathematisch wie philosophisch eine zentrale Stellung ein und hat die Als-Ob Interpretation (vgl. 2.4) entscheidend gestützt. Die philosophische Diskussion von EU-Max wurde besonders durch Jeffrey und Levi gefördert. Die Frage der Erklärbarkeit von Handlungen (mit und ohne EU-Max) wird in der philosophischen Handlungstheorie behandelt. Normative Interpretationen von EU-Max postulieren bestimmte Desiderata rationalen Entscheidungsverhaltens (z.B. Savages Sure Thing Prinzip) und leiten davon Eigenschaften von Wahrscheinlichkeiten und Nutzenfunktionen ab (vgl. Dutch Book Argumente).

Die Ökonomie des 20. Jh. verwendet EU-Max (mit objektiven Wahrscheinlichkeiten) vor allem in der Analyse von Versicherungen und risikobeladenen Investitionen (Savage/Friedman, Arrow, Pratt). EU-Max hat den analytischen Vorzug, daß sich interessante Charakteristika von Entscheidungsverhalten (wie Risikoaversion) durch Eigenschaften von $u(\cdot)$ beschreiben lassen. Die empirischen Vorzüge von EU-Max (in Ökonomie und Psychologie) sind weniger deutlich (vgl. Camerer (1995)). Bisher gibt es in der ökonomischen Analyse wenige Anwendungen von EU-Max mit subjektiven Wahrscheinlichkeiten.

3.2 *Experimente*

In der zweiten Hälfte des 20. Jh. steigt das Interesse an experimentellen Arbeiten, welche die Annahmen des Grundmodelles widerlegen und zu neuer Theorienbildung anregen. Für einen Überblick über die experimentellen Ergebnisse vgl. Machina (1987), Camerer (1995). Die Signifikanz solcher Experimente wird häufig aus zwei Gründen angezweifelt. Erstens beinhalten normative Interpretationen eine Einschränkung auf rationale Entscheidungen. Verletzungen von EU-Max werden daher leicht als irrational verworfen. Zweitens gibt es die verwandte Überlegung, daß Marktvorgänge irrationales Verhalten (Verletzung von EU-Max) ausilgen werden. Jedoch zeigen Experimente, daß Verletzungen von EU-Max selbst dann andauern, wenn die Testsubjekte auf Irrationalitäten hingewiesen werden oder Marktmechanismen ausgesetzt werden. Anhaltende Aufmerksamkeit gilt der Frage, inwieweit klassische ökonomische Ergebnisse bei Abweichungen von EU-Max erhalten bleiben.

3.3 *Alternative Modelle*

Die angesprochenen Experimente führten zu einer großen Zahl von Modifikationen des Grundmodelles, von denen hier einige wenige genannt werden (vgl. Machina (1987), Camerer (1995)).

- 3.3.1 Kahnemann/Tversky ersetzten Wahrscheinlichkeiten durch sog. Entscheidungsgewichte π (ähnlich Edwards, Karmarkar, Chew, Fishburn). Präferenz hängt nun von zwei Faktoren (π, u) ab und die EU-Analyse von z.B. Risikoaversion gilt nicht länger. Außerdem sind Meinungen (personale Wahrscheinlichkeiten) nicht mehr direkt handlungsleitend.
- 3.3.2 Machina läßt das Unabhängigkeitsaxiom in Reaktion auf Allais' Paradox fallen und entwickelt ein Modell, das lokal durch EU-Max angenähert wird. Dadurch bleiben klassische EU-Max Ergebnisse lokal erhalten.
- 3.3.3 Loomes/Sudgen's regret theory führt eine Nutzenfunktion $r(c_1, c_2)$ ein, die angibt, welches Bedauern (welchen Jubel) c_1 erregt, wenn stattdessen c_2 hätte empfangen werden können (ähnlich Bell, Fishburn). Annahmen über $r(.,.)$ beschreiben dann eine beachtliche Zahl von experimentellen Beobachtungen.
- 3.3.4 Gilboa/Schmeidler dehnen als Reaktion auf Ellsbergs Paradox Walds Maximin Regel auf partielle Unkenntnis von objektiven Wahrscheinlichkeiten aus und bezweifeln damit das klassische Bayesianische Modell von Entscheidungen unter Unsicherheit. Es besteht ein enger Zusammenhang mit nicht-additiven Wahrscheinlichkeitsmaßen (Dempster/Shافر, Wakker).
- 3.3.5 State-preference Modelle setzten weder die Kohärenz oder Existenz von Wahrscheinlichkeiten noch EU-Max voraus (Arrow, Debreu, Hirshleifer). Selbst in diesem äußerst reduzierten Modell von Entscheidungen unter Unsicherheit lassen sich wichtige ökonomische Analysen ausführen.

3.3.6 Theorien eingeschränkter Rationalität (bounded rationality) untersuchen z.B. den Einfluß kognitiver Kosten und Eigenschaften von Faustregeln zur Vereinfachung von komplizierten Entscheidungssituationen.

3.4 *Separabilität*

Entscheidungen unter Unsicherheit werden im Grundmodell so modelliert, daß sich die Konsequenzen einer Handlung a als Funktion eines weiteren Parameters s (eines Weltzustandes) ergeben. In Anwendungen müssen Handlungen, Konsequenzen und Weltzustände so beschrieben werden, daß sie klar von einander getrennt sind. Für konkrete Anwendungen kann diese Trennung äußerst komplizierte Modelle erfordern oder gar unmöglich sein. Ein Beispiel sind Lebensversicherungen, wo der Nutzen der ausgezahlten Versicherungsprämie durch die Bedingung ihrer Auszahlung (eigener Tod) verändert wird. In Varianten des Grundmodelles kann die Nutzenfunktion $u_s(\cdot)$ insbesondere vom Weltzustand s abhängen (state-dependent utility).

Die Trennung von Weltzuständen und Konsequenzen ist grundlegend für Theorien (z.B. Savage), die Wahrscheinlichkeiten (Meinungen) und Nutzen (Werte) nur aus Präferenzen über unsicheren Handlungen und ohne die Verwendung von objektiven Zufallsmechanismen (Anscombe/Aumann's Roulette Lotterien) eindeutig ableiten wollen. Fishburn und Jeffrey/Bolker verzichten ganz auf die Trennung von Konsequenzen und Weltzuständen. Die Eindeutigkeitsergebnisse von Jeffrey/Bolker lassen jedoch zu, daß die personalen Wahrscheinlichkeitsmaße, die einem Individuum aufgrund seiner Präferenzen zugeschrieben werden können, selbst in der Beurteilung der Unabhängigkeit von Ereignissen voneinander abweichen können.

3.5 *Spieltheorie*

Ziel ist es, die Interdependenz von individuellen Entscheidungen zu studieren. Bayesianische Modelle schließen in die Darstellung eines Spieles ausdrücklich ein, welche subjektiven Wahrscheinlichkeiten die Spieler dafür haben, daß andere Spieler bestimmte Strategien wählen oder bestimmte Wahrscheinlichkeiten und Nutzenfunktionen haben (vgl. Osborne/Rubinstein (1994)). Man versucht dann die Strategiewahl als ein individuelles Entscheidungsproblem zu rekonstruieren und die Bedingungen zu finden, unter denen die klassischen spieltheoretischen Lösungskonzepte (wie Nash-Equilibrium) sich aus individuellen Entscheidungen ergeben. Dieses Programm erneuert die Diskussion um Varianten der Entscheidungstheorie, die kausale Zusammenhänge zwischen Entscheidungen, Handlungen und Konsequenzen explizit modellieren (vgl. Shin, Stalnaker). Ursprünglich waren solche Varianten zur Lösung des sog. Newcomb Problems entwickelt worden (vgl. Jeffrey, Lewis, Skyrms).

Eine weiteres Forschungsfeld ist das Phänomen der Kooperation zwischen Individuen. Es mehren sich Versuche, die traditionelle Einschränkung auf

egoistische Rationalität aufzugeben und einen Begriff von kooperativer Rationalität in die formalen Modelle der Spieltheorie einzuschließen. Das wohl jüngste Problemfeld ist die Verbindung von individueller Entscheidungstheorie und Evolutionstheorie. Die spieltheoretische Evolutionstheorie interpretiert den Nutzenbegriff als evolutionäre Fitness. Selektiert die Natur Entscheidungsverhalten, das personalen Nutzen maximiert?

3.6 *Sozialwahltheorie*

Ziel ist es, individuelle Präferenzen in eine Gruppenpräferenz zusammenzufassen (zu aggregieren). Zentrale Ergebnisse sind Sens Liberales Paradox, das Gibbard/Satterthwaite Theorem und besonders Arrows Unmöglichkeitstheorem. Arrow gibt Bedingungen an, deren Kombination demokratische Aggregationsregeln unmöglich macht. Eine dieser Bedingungen ist, daß der (kardinale) Nutzen verschiedener Individuen nicht verglichen werden kann. Die Möglichkeit interpersonaler Nutzenvergleiche wird jedoch von einigen materialen Interpretationen des Nutzenbegriffes behauptet. Harsanyis Utilitaristisches Theorem liefert eine formale Basis für solche Vergleiche, wobei mit von Neumann/Morgenstern angenommen wird, daß alle Individuen die gleichen, bekannten Wahrscheinlichkeiten haben. Letztere Einschränkung kann nicht aufgehoben werden. Neue Ergebnisse zeigen nämlich, daß es nicht möglich ist, EU-maximierende Individuen mit verschiedenen Wahrscheinlichkeiten und Nutzenfunktionen Pareto-optimal zu einer EU-maximierenden Gruppe zu aggregieren (vgl. Hild/Jeffrey/Risse (1998)).

4. *Bibliographie*

Camerer, C., 1995, Individual Decision Making. In: J.H. Kagel, A.E. Roth (Hg.), The Handbook of Experimental Economics, Princeton.

Diamond, P., Rothschild, M. (Hg.), 1989, Uncertainty in Economics, San Diego/London.

Drèze, J.H., 1974, Axiomatic Theories of Choice, Cardinal Utility and Subjective Probability: A Review. In: P. Diamond, M. Rothschild, 1989.

Gärdenfors, P., Sahlin, N.-E., 1988, Decision, Probability, and Utility, Cambridge.

Hacking, I., 1975, The Emergence of Probability, Cambridge.

Hild, M., Jeffrey, R.C., Risse, M., 1998, Problems of Preference Aggregation. In: M. Salles, J.A. Weymark, Justice, Political Liberalism, and Utilitarianism, Cambridge.

Kreps, D.M., 1988, Notes on the Theory of Choice, Boulder/London.

Luce, R.D., Raiffa, H., 1957, Games and Decisions, New York.

Machina, M.J., 1987, Choice Under Uncertainty: Problems Solved and Unsolved. In: Economic Perspectives, 1.

Osborne, M.J., Rubinstein, A., 1994, A Course in Game Theory, Cambridge (Mass.)/ London.